Problema 2: Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones empleando el método de Jacobi y Gauss-Seidel. Emplee para los càlculos cuatro decimales y use error por truncamiento. Realice las 5 primeras iteraciones para cada mètodo. Compare la convergencia de ambos métodos y discuta. Tome como valor inicial x =(1,1,1,1).

$$A = \begin{vmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 4 \end{vmatrix} \qquad b = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Problema 3: El experimento de la gota de aceite "Millikan" permite determinar la relación entre la carga y la masa de un electrón a través de la Ley de Stokes:

$$\upsilon = 2 \,.\, g \,.\, r^2 .\, ((\mu - \mu_1) / (9.\, n)).\, (1 + 0.000617/(p.\, r))$$

Encuentre r, el radio de la gota de aceite, para un experimento en el que $g = 980$, $n = 2x10^{-2}$, $\mu_1=0.0012$, $\mu = 0.9052$, $p = 82$ y $\upsilon = 0.88$. Use el método de punto fijo. Emplee cuatro decimales y use error por truncamiento. El valor inicial es $r_0 = 1$.

Problema 4: Se tiene que para un reactor tipo Batch en el que ocurre una reacción irreversible de primer orden el tiempo de reacción viene dado como:

$$t - \ln(t.k + tc.k + 1) / k = 0$$

donde tc es el tiempo de cada ciclo de carga y descarga y k es la constante cinética de la reacción. Determine cual es el tiempo requerido para que ocurra la reacción $A \rightarrow B$ si tc = 1 hr y k = 2.5 hr^{-1}. Emplee el método de Newton Raphson con $t_0 = 0$. Emplee cuatro decimales y error por truncamiento.

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

9/9

$$4x_1 - x_2 - x_3 = 1 \qquad x_1 = \frac{1 + x_2 + x_3}{4}$$

$$-x_1 + 4x_2 - x_4 = 2 \qquad x_2 = \frac{2 + x_1 + x_4}{4}$$

$$-x_1 + 4x_3 - x_4 = 0 \qquad x_3 = \frac{x_4 + x_1}{4}$$

$$-x_2 - x_3 + 4x_4 = 1 \qquad x_4 = \frac{1 + x_3 + x_2}{4}$$

Jacobi. 4,5/4,5

K	x_1	x_2	x_3	x_4
0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
1	0,7500	1,0000	0,5000	0,7500
2	0,6250	0,8750	0,3750	0,6250
3	0,5625	0,8125	0,3125	0,5625
4	0,5312	0,7812	0,2812	0,5312
5	0,5156	0,7656	0,2656	0,5156

4,5/4,5

Gauss-Seidel.

K	x_1	x_2	x_3	x_4
0	1	1	1	1
1	0,7500	0,9375	0,4375	0,5937
2	0,5937	0,7968	0,2968	0,5234
3	0,5234	0,7617	0,2617	0,5058
4	0,5058	0,7529	0,2529	0,5014
5	0,5014	0,7507	0,2507	0,5003

Gauss-Seidel va convergiendo más rápido, debido a que emplea los resultados de cada iteración para hallar la siguiente incógnita, lo cual acelera la convergencia. Es decir, si el proceso es convergente los valores x_j^{k+1} son más cercanos a los x_j anteriores por lo cual la convergencia es más rápido.

Esto explicado anteriormente se debe fundamentalmente a que el vector solución está forzado a acercarse más rápido a la solución real y en consecuencia a converger

Problema 3

$$v = 2gr^2\left(\left(\rho - \rho_1\right)/(9\eta)\right)\cdot\left(1 + 0{,}000617/(p \cdot r)\right)$$

7/7

$$\sqrt{\frac{0{,}88}{2 \cdot 980\left(\frac{(0{,}9052 - 0{,}0012)}{9 \cdot 2\times10^{-2}}\right)\left(1 + \frac{0{,}000617}{82 \cdot r}\right)}} = r$$

$$r = \sqrt{\frac{0{,}88}{9843{,}5555 + 7{,}4066\times10^{-2}/r}} = g(r)$$

K	r	g(r)
0	1	$9{,}4550\times10^{-3}$
1	$9{,}4550\times10^{-3}$	$9{,}4513\times10^{-3}$
2	$9{,}4513\times10^{-3}$	$9{,}4513\times10^{-3}$

7/7

Problema 4.

$$f(t) = t - \ln\frac{(t \cdot K + t_c \cdot K + 1)}{K} = 0$$

$$f(t) = t - \ln\frac{(2{,}5t + 2{,}5 + 1)}{2{,}5} = 0$$

$$f(t) = t - \ln\frac{(2{,}5t + 3{,}5)}{2{,}5} = 0 \qquad t_n = 1 - \frac{f(t)}{f'(t)}$$

$$f'(t) = 1 - \frac{1}{\cancel{2{,}5}} \cdot \frac{1}{2{,}5t + 3{,}5} \cdot \cancel{2{,}5}$$

$$f'(t) = 1 - \frac{1}{2{,}5t + 3{,}5}$$

K	t	f(t)	f'(t)	tn
0	0	-0,5011	0,7142	0,7015
1	0,7015			0,6546
2	0,6546			0,6545
3	0,6545			0,6545
4	0,6545			0,6545
5	0,6545			0,6545
6				
7				
8				

Problema 2: Determine la concentración de salida de un reactor tipo TAC (Tanque Agitado Continuo) el cual tiene un volumen de 80 lt, en el cual ocurre una reacción irreversible no elemental, donde:

$C_{a_0} = 0$

La velocidad de reacción es: $$R_a = \frac{C_a . k}{k . C_a^{\ 2} + 1}$$

Para un reactor tipo TAC el balance de masa es: $C_{ao}.q - C_a.q - R_a.V = 0$, donde $k = 0.1$, $C_{ao} = 0.4$ mol/lt, $q = 10$ lt/h.

a) Determine el valor de la concentración de salida empleando el método del punto fijo, emplee 5 decimales.

5° $\rightarrow$ b) Determine el valor de concentración de salida empleando el método de Newton Raphson.

c) Compare y discuta sus resultados

Presente una tabla con los resultados en cada paso de cálculo.

5 decimales :

PROBLEMA 2

$$\begin{cases} R_a = \dfrac{C_a K}{K C_a^2 + 1} \\ C_{a0} q - C_a q - R_a V = 0 \end{cases}$$

$K = 0{,}1$

$q = 10$

$C_{a0} = 0{,}4$

$V = 80\,l$

$$C_{a0} q - C_a q - \frac{C_a K}{K C_a^2 + 1} V = 0$$

sustituyendo los Datos

$$\boxed{4 - 10 C_a - \frac{8\, C_a}{0{,}1 C_a^2 + 1} = 0}$$

Newton Raphson

$$f(x) = 4 - 10X - \frac{8X}{0{,}1X^2 + 1} = 0$$

$$f'(x) = -10 - \left(\frac{8(0{,}1X^2+1) - (0{,}2X)(8X)}{(0{,}1X^2+1)^2} \right) = -10 - \left(\frac{0{,}8X^2 + 8 - 1{,}6X^2}{(0{,}1X^2+1)^2} \right)$$

$$f'(x) = -10 - \left(\frac{8 - 0{,}8X^2}{(0{,}1X^2+1)^2} \right)$$

- RESULTADOS PARCIALES: Ver Tabla.

Raiz Final : $C_a = 0{,}22271$

Rossana Zanella

Punto Fijo

$$f(x) = 4 - 10x - \frac{8x}{0{,}1x^2+1} = 0.$$

$$-10x = -4 + \frac{8x}{0{,}1x^2+1} \Rightarrow \boxed{g(x) = x = 0{,}4 - \frac{0{,}8x}{0{,}1x^2+1}}$$

Resultados Parciales: Ver Tabla de Resultados

Raíz final: $\boxed{C_a = 0{,}22280 \pm 0{,}00015}$

c) Comparación:

Se observa fácilmente que el método de Newton Raphson converge más rapido que el de Punto Fijo.

En el método de punto fijo se presenta una convergencia espiral, pues se observa en la tabla que el valor real de la raíz siempre se encuentra encerrado entre x_i y x_{i+1} es decir

$$x_i < x_{real} < x_{i+1} \quad i \text{ par}$$

$$x_i > x_{real} > x_{i+1} \quad i \text{ impar}$$

Sin embargo con el desarrollo de las iteraciones el valor de $|x_i - x_{i+1}|$ va disminuyendo, por lo que el intervalo donde reside la x^{real} se va reduciendo, y nos vamos acercando a la solución.

Finalmente considerando el error del método de Punto fijo, los resultados obtenidos por ambos métodos son consistentes:

	Newton Raphson	Punto Fijo
Ca	0,222271	0,22280 ± 0,00015

Tabla de Resultados

Newton Raphson: Problema 2

x	$f(x)$	$f'(x)$	$x_{i+1} = x_i - f/f'$
0	4	-18	0,22222
0,22222	0,00874	-17,88245	0,22271
0,22271	0,00000	-17,88193	0,22271
0,22271	0,00000	-17,88193	

Punto Fijo: Problema 2

i	x_i	$g(x_i) = x_{i+1}$	$\lvert \Delta x \rvert$	i	x_i	$g(x_i) = x_{i+1}$	$\lvert \Delta x \rvert$
0	0	0.40000	0,40000	17	0,22659	0,21966	0,00693
1	0,40000	0,08504	0,31496	18	0,21966	0,22512	0,00546
2	0,08504	0,33202	0,24698	19	0,22512	0,22081	0,00431
3	0,33202	0,13728	0,19474	20	0,22081	0,22421	0,00339
4	0,13728	0,29038	0,15310	21	0,22421	0,22153	0,00267
5	0,29038	0,16964	0,12074	22	0,22153	0,22364	0,00210
6	0,16964	0,26468	0,09504	23	0,22364	0,22198	0,00166
7	0,26468	0,18973	0,07495	24	0,22198	0,22329	0,00131
8	0,18973	0,24876	0,05903	25	0,22329	0,22226	0,00103
9	0,24876	0,20222	0,04655	26	0,22226	0,22307	0,00081
10	0,20222	0,23889	0,03667	27	0,22307	0,22243	0,00064
11	0,23889	0,20998	0,02891	28	0,22243	0,22293	0,00051
12	0,20998	0,23276	0,02278	29	0,22293	0,22254	0,00040
13	0,23276	0,21480	0,01796	30	0,22254	0,22285	0,00031
14	0,21480	0,22895	0,01415	31	0,22285	0,22260	0,00025
15	0,22895	0,21779	0,01116	32	0,22260	0,22280	0,00020
16	0,21779	0,22659	0,00879	33	0,22280	0,22264	0,00015

⋮

Rossana Zanella

Ejercicio 3: Metodo de Regula Falsi y Biseccion

f(x) = x^3 - 9.x + 1 = 0

Regula Falsi:

I	a	b	c	f(a)	f(b)	f©	f(a).f©
0	2	4	2,47368421	-9	29	-6,12640E+00	5,51376E+01
1	2,47368421	4	2,73988926	-6,12640327	29	-3,09067E+00	1,89347E+01
2	2,73988926	4	2,86125134	-3,09067337	29	-1,32689E+00	4,10097E+00
3	2,86125134	4	2,91107478	-1,32688627	29	-5,30188E-01	7,03499E-01
4	2,91107478	4	2,93062545	-0,53018784	29	-2,05760E-01	1,09092E-01
5	2,93062545	4	2,93815941	-0,2057603	29	-7,89489E-02	1,62445E-02
6	2,93815941	4	2,94104228	-0,07894887	29	-3,01597E-02	2,38107E-03
7	2,94104228	4	2,94214245	-0,0301597	29	-1,15022E-02	3,46902E-04
8	2,94214245	4	2,94256185	-0,01150218	29	-4,38385E-03	5,04239E-05
9	2,94256185	4	2,94272168	-0,00438385	29	-1,67042E-03	7,32288E-06
10	2,94272168	4	2,94278258	-0,00167042	29	-6,36437E-04	1,06312E-06
11	2,94278258	4	2,94280578	-0,00063644	29	-2,42476E-04	1,54321E-07
12	2,94280578	4	2,94281462	-0,00024248	29	-9,23799E-05	2,23999E-08
13	2,94281462	4	2,94281799	-9,238E-05	29	-3,51952E-05	3,25133E-09
14	2,94281799	4	2,94281927	-3,5195E-05	29	-1,34088E-05	4,71924E-10

Biseccion:

I	a	b	c	f(a)	f(b)	f©	f(a).f©
0	2	4	3	-9	29	1,000E+00	-9,000E+00
1	2	3	2,5	-9	1	-5,875E+00	5,288E+01
2	2,5	3	2,75	-5,875	1	-2,953E+00	1,735E+01
3	2,75	3	2,875	-2,953125	1	-1,111E+00	3,282E+00
4	2,875	3	2,9375	-1,11132813	1	-9,009E-02	1,001E-01
5	2,9375	3	2,96875	-0,09008789	1	4,463E-01	-4,020E-02
6	2,9375	2,96875	2,953125	-0,09008789	0,44625854	1,759E-01	-1,585E-02
7	2,9375	2,953125	2,9453125	-0,09008789	0,17592239	4,238E-02	-3,818E-03
8	2,9375	2,9453125	2,94140625	-0,09008789	0,04237795	-2,399E-02	2,161E-03
9	2,94140625	2,9453125	2,94335938	-0,02398962	0,04237795	9,160E-03	-2,198E-04
10	2,94140625	2,94335938	2,94238281	-0,02398962	0,00916048	-7,423E-03	1,781E-04
11	2,94238281	2,94335938	2,94287109	-0,00742299	0,00916048	8,666E-04	-6,433E-06
12	2,94238281	2,94287109	2,94262695	-0,00742299	0,00086664	-3,279E-03	2,434E-05
13	2,94262695	2,94287109	2,94274902	-0,0032787	0,00086664	-1,206E-03	3,955E-06
14	2,94274902	2,94287109	2,94281006	-0,00120616	0,00086664	-1,698E-04	2,048E-07
15	2,94281006	2,94287109	2,94284058	-0,00016979	0,00086664	3,484E-04	-5,916E-08
16	2,94281006	2,94284058	2,94282532	-0,00016979	0,00034842	8,931E-05	-1,516E-08
17	2,94281006	2,94282532	2,94281769	-0,00016979	8,9311E-05	-4,024E-05	6,833E-09
18	2,94281769	2,94282532	2,9428215	-4,0241E-05	8,9311E-05	2,454E-05	-9,873E-10
19	2,94281769	2,9428215	2,9428196	-4,0241E-05	2,4535E-05	-7,853E-06	3,160E-10